

TEMA 3: CINEMÀTICA

La Cinemàtica és la part de la Física s'ocupa de la descripció del moviment sense tenir en compte les seues causes (d'això s'encarrega la Dinàmica).

Tractarem en aquest tema:

- La velocitat i l'acceleració
- El moviment rectilini uniforme (M.R.U.)
- El moviment rectilini uniformement accelerat (M.R.U.A.)
- Caiguda lliure
- Gràfiques de moviment. Tipus

CONCEPTE DE VELOCITAT

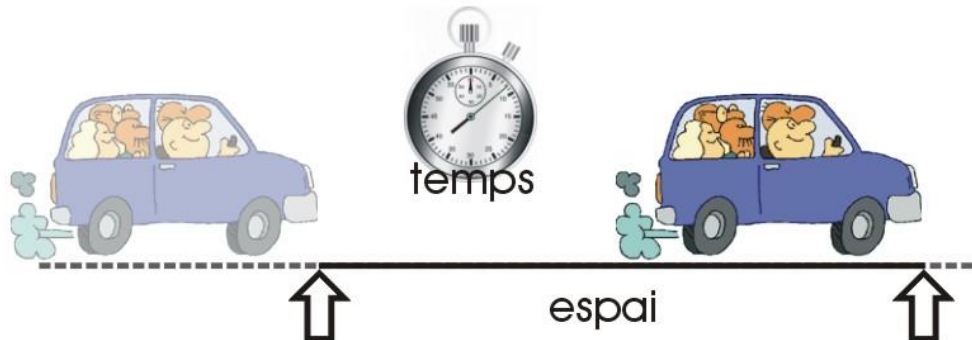
La **velocitat** (la taxa de variació de la posició respecte del temps) es defineix com la raó entre l'espai recorregut (des d'A fins a B) i el temps transcorregut.

$$v = \frac{e}{t}$$

L'equació correspon a un **moviment rectilini uniforme**, on la velocitat és constant a tota la trajectòria.

La seua unitat són els m/s, tot i què s'empren familiarment els Km/h.

Per a canviar d'unitat pots fer una regla de 3 recordant que 36 Km/h equivalen a 10 m/s



MOVIMENT RECTILINI UNIFORME (M.R.U.)

És aquell on la **velocitat és constant** (imagina que vas per una carretera sempre a 90 km/h). Com no hi ha variació de velocitat l'acceleració no existeix, és 0.

Ja hem vist que la fórmula és:

$$v = \frac{e}{t}$$

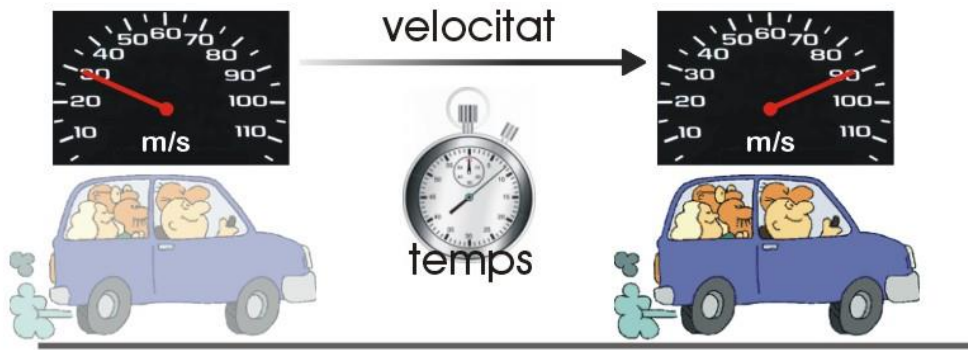
d'on podem aïllar l'espai $e = v \cdot t$ i el temps $t = \frac{e}{v}$

CONCEPTE D'ACELERACIÓ

Es defineix l'acceleració com la variació de la velocitat respecte al temps. Hi ha acceleració quan, en un moviment, canviem de velocitat (de més a menys o al revés). Per tant, la seua fórmula és:

$$a = \frac{v}{t}$$

La seua unitat són els m/s². **Mai s'empren els Km/h²**. El fet de què els segons estiguen al quadrat no implica res en el valor numèric. **m/s²** és una unitat, com ho és el **kg**, el **m** o el **litre**.



MOVIMENT RECTILINI UNIFORMEMENT ACCELERAT (M.R.U.A.)

L'equació $a = \frac{v}{t}$ correspon a un **moviment rectilini uniforme**, on l'acceleració és constant, mentre la velocitat varia sempre amb la mateixa taxa.

Però aquesta fórmula sols serveix per a moviments que ixen des de $v = 0$ (de parat vaig augmentant) o finalitzen en $v = 0$ (frene fins parar-me).

Com l'acceleració és la taxa de variació de la velocitat, hi ha altra fórmula equivalent que contempla el cas de variar la velocitat sense estar parat.

$$a = \frac{v_1 - v_2}{t}$$

Així podem, per exemple, trobar l'acceleració d'un moviment que passa de 100 Km/h a 120 Km/h. De la mateixa fórmula podem aïllar la velocitat final (o la inicial, si s'escau).

$$v_{\text{final}} = v_{\text{inicial}} + a \cdot t$$

L'espai recorregut ve donat per:

$$e = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

quan no hi ha velocitat inicial, o:

$$e = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

quan hi ha velocitat inicial.

Quan un moviment siga accelerat l'acceleració serà major que 0.

Quan siga descelerat l'acceleració serà menor que 0.

Si l'acceleració és igual a 0 és perquè el moviment és uniforme, no accelerat.

No es pot emprar la fórmula del M.R.U. en cap cas a un M.R.U.A.

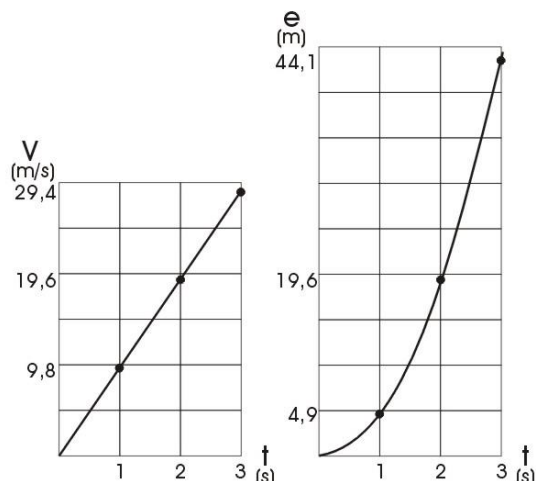
CAIGUDA LLIURE

En teoria dos objectes que cauen des de la mateixa altura i parteixen del repòs arriben al mateix tems a terra, encara que tinguen pesos diferents. En realitat no passa així per culpa de la fricció de l'aire, la qual influeix més sobre una ploma que sobre una bola de plom.

Però en un espai sense aire (sense fregament), un ploma i una bola de plom cauen a la mateixa velocitat i arriben al mateix temps.

Les fórmules que regeixen el moviment de caiguda, que és un tipus de M.R.U.A., són les mateixes, però se sol substituir **a** per **g**, que és el valor de l'**acceleració de la gravetat**. És constant i val **9,8 m/s²**

També és freqüent substituir l'espai **e** per l'altura **h**.



Per exemple, al final del primer segon, una pilota que deixem caure sense velocitat inicial haurà caigut **4,9 m** i tindrà una velocitat de **9,8 m/s**. Al final del següent segon, la pilota haurà caigut **19,6 m** i tindrà una velocitat de **19,6 m/s**. Als 3 s haurà recorregut **44.1 m** i durà una velocitat de **29.4 m/s**.

GRÀFIQUES DE MOVIMENT

Com totes les gràfiques, tenen doble entrada. A la part de baix posem el temps (que va passant de manera regular) i a la vertical podem posar l'espai o la velocitat.

Si posem l'espai el resultat serà una gràfica de velocitat (recordeu que la fórmula que empra l'espai i el temps és la que ens dona la velocitat).

M.R.U.

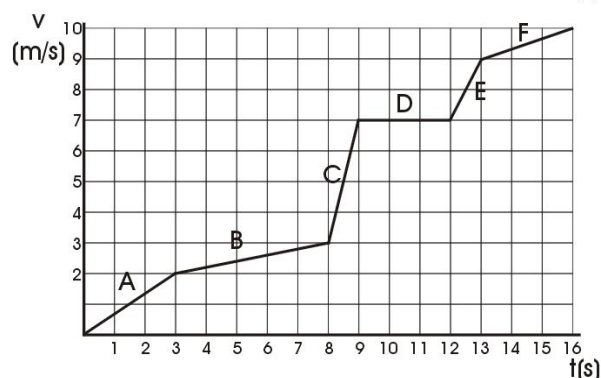
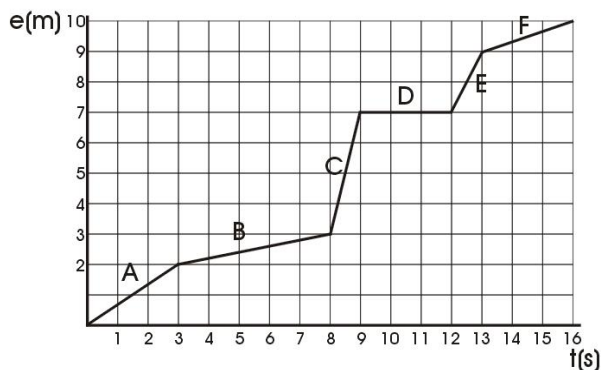
Gràfiques que mostren la relació entre l'espai recorregut i el temps, per tant generen una gràfica de velocitat.

Però, si a la vertical posem la velocitat, tindrem una gràfica d'acceleració.

M.R.U.A.

Gràfiques que mostren la variació de la velocitat respecte del temps, per tant generen una gràfica d'acceleració.

Com es pot veure, encara que el dibuix és el mateix, el seu significat no ho és.



A l'hora d'emplenar la gràfica cal anar pas per pas. El segon tram comença on acaba el primer, no des del principi. Per exemple, a la primera gràfica:

- Tram A: en 3 segons recorre 2 metres.
- Tram B: fa 1 metre (no 3) en 5 segons (no 8)

A més, podem treure la velocitat o l'acceleració de cada tram o de tot el recorregut. Les gràfiques ens donen informació encara que no ens l'hagen donada numèricament.

CANVI D'UNITATS

Raonadament, per a fer el pas d'unitats de km/h a m/s o viceversa, els càlculs són els següents:

$$36 \text{ km/h} = \frac{36.000 \text{ m}}{3.600 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}$$

$$10 \text{ m/s} \times 3.600 \text{ s} = 36.000 \text{ m/h} = 36 \text{ km/h}$$

Però, per a fer el càlcul de forma ràpida, sols cal recordar que 10 m/s equivalen a 36 km/h, i aquesta raó la utilitzem com a fixa en una regla de tres:

$$\begin{array}{l} 10 \text{ m/s} \text{ ————— } 36 \text{ km/h} \\ 20 \text{ m/s} \text{ ————— } X \end{array}$$

$$X = \frac{36 \cdot 20}{10} = 72 \text{ km/h}$$

$$\begin{array}{l} 10 \text{ m/s} \text{ ————— } 36 \text{ km/h} \\ X \text{ ————— } 72 \text{ km/h} \end{array}$$

$$X = \frac{72 \cdot 10}{36} = 20 \text{ m/s}$$

Sols hem de tindre cura en posar les unitats a la columna corresponent. És a dir, m/s baix del 10 i k/h baix del 36.

OPERACIONS COMBINADES

Són les que impliquen a més d'un mòbil, normalment a dos. Solen ser de dues classes:

- Dos mòbils ixen a la mateixa hora en sentit contrari a trobar-se. Es demana on es trobaran i a quina hora. Per exemple: un cotxe ix de València a les 10 h a 50 km/h i altre ix a la mateixa hora des de Madrid, a 90 km/h. Sabent que entre València i Madrid hi ha 400 km
- Els dos mòbils ixen del mateix lloc, en el mateix sentit, però a hores diferents. Es demana on i quan agafarà un a l'altre.
- Els dos mòbils ixen a la mateixa hora i en el mateix sentit, però des de punts diferents (un li du avantatge a l'altre).

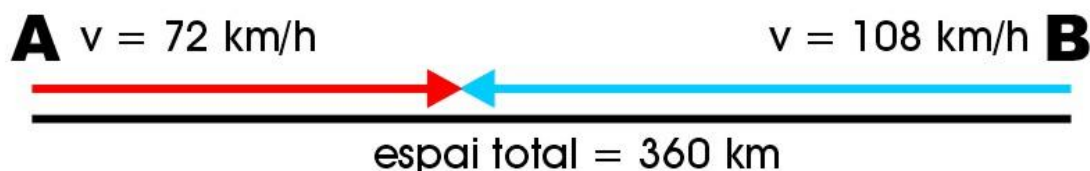
Dos mòbils ixen a la mateixa hora en sentit contrari a trobar-se.

De dos pobles A i B separats 360 Km ixen al mateix temps un cotxe a 72 Km/h i una moto a 108 Km/h, un a l'encontre de l'altre. On i quan es trobaran?

Sol: 144 Km recorre el cotxe, 216 la moto 2 hores tarden en trobar-se

Ara el més important és que entengues el que estàs fent, no que ho automatitzes.

Si ixen a la mateixa hora i es troben en el mateix punt, també a la mateixa hora, és evident que si sumem els espais recorreguts per cadascun d'ells tindrem l'espai total, és a dir, 360 km.



Espai recorregut per A + espai recorregut per B = 360 km

Si calculem l'espai de cadascú $e_A = v_A \cdot t = 72 \cdot t$ i $e_B = v_B \cdot t = 108 \cdot t$

Però també sabem que $e_A + e_B = 360$

Per tant, podem substituir $72 \cdot t + 108 \cdot t = 360$

A més sabem que $t_A = t_B$ per tant les dues t són iguals i les podem sumar

$$72t + 108t = 360 \quad 180t = 360 \quad t = 360/180 = 2h$$

De manera que es trobaran dues hores després. Però on? Calculem l'espai.

$$e_A = v_A \cdot t = 72 \cdot t = 72 \cdot 2 = 144 \text{ km d'A}$$

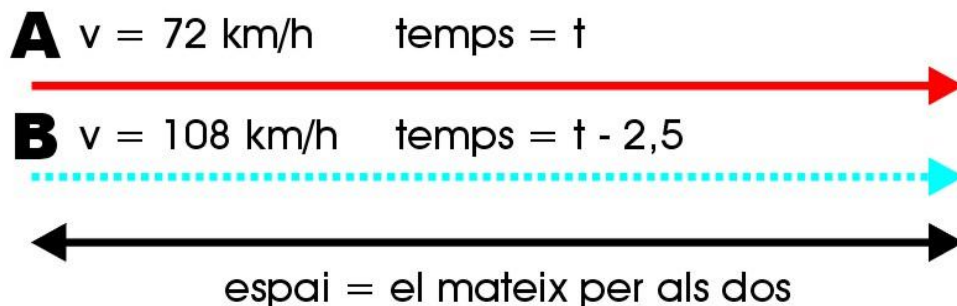
$$e_B = v_B \cdot t = 108 \cdot t = 108 \cdot 2 = 206 \text{ Km de B}$$

Dos mòbils ixen des del mateix punt, en el mateix sentit, però en moments diferents.

Des del mateix punt i amb la mateixa direcció i sentit ixen dos automòbils A i B amb una diferència de 2h i 30 minuts (és a dir, B fa 2,5 hores menys que A). Si el primer (A) va a 74 Km/h, i el segon (B) a 108 km/h, a quina distància de la sortida coincidiran?

Sol: recorren 540 Km, i per a trobar-se A necessita 7,5 hores i B 5 hores.

Si ixen des del mateix lloc i es troben al mateix lloc, és perquè recorren el mateix espai, no?



Calculem l'espai que fa cadascun

$$e_A = v_A \cdot t_A = 72 \cdot t_A$$

$$e_B = v_B \cdot (t_A - 2,5) = 108 \cdot (t_A - 2,5)$$

i els iguaem

$$e_A = e_B$$

$$72 \cdot t = 108 (t - 2,5)$$

D'on ha eixit el parèntesi? Ara els temps no són iguals, perquè B ix 2,5 hores més tard.

$$\text{Per tant } t_B = t_A - 2,5$$

Resolem matemàticament:

$$72 t = 108 t - 270 \quad 72 t - 108 t = - 270$$

$$-36t = -270 \quad t = -270/-36 = 7,5h \quad \text{Tingues en compte que } t \text{ és el temps que tarda A.}$$

De manera que es trobaran 7,5 hores (7 h i 30 min) després d'haver eixit A i 5 h després d'haver eixit B (recorda que B va eixir 2,5 hores més tard que A).

Però on es trobaran? Calculem l'espai.

$$e_A = v_A \cdot t_A = 72 \cdot 7,5 = 540 \text{ km}$$

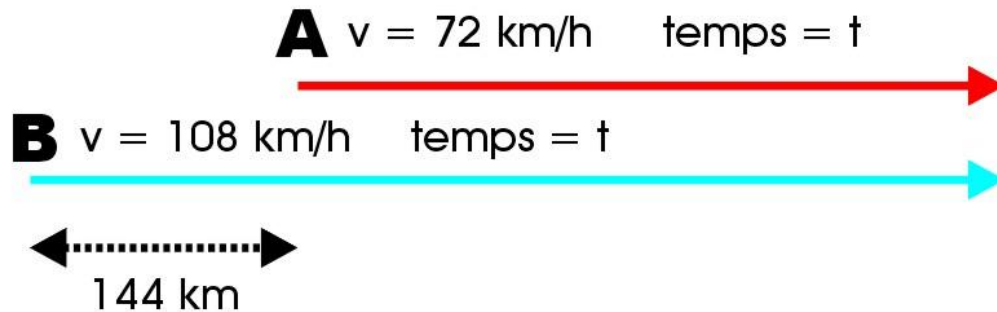
$$e_B = v_B \cdot t_B = 108 \cdot 5 = 540 \text{ Km}$$

Evidentment les distàncies recorregudes són iguals.

Dos mòbils ixen en el mateix sentit, al mateix temps, però des de punts diferents (un li porta avantatge a l'altre).

A i B ixen al mateix moment i amb la mateixa direcció i sentit, però estan separats 144 km. B va a 108 km/h i A va a 74 Km/h. A quina distància de B coincidiran? Quan tardaran en fer-ho?

Si ixen al mateix temps i es troben al mateix lloc, és perquè el temps utilitzat és el mateix, no?



Com ixen a 144 km un de l'altre...

$$e_A = e_B - 144 \quad \text{o el que és el mateix} \quad e_B = e_A + 144$$

Hem quedat que els temps emprats per cadascun són el mateix. Aïllem el temps de cadascun en funció del que sabem:

$$t_A = \frac{e_A}{v_A} = \frac{e_B - 144}{72} \quad t_B = \frac{e_B}{v_B} = \frac{e_B}{108}$$

I com $t_A = t_B$ podem igualar les dues fórmules anteriors.

$$\text{Per tant, } \frac{e_B - 144}{72} = \frac{e_B}{108}$$

Passem el 108 i el 74 a l'altra part...

$$108 \cdot (e_B - 144) = 72 \cdot e_B \quad 108 e_B - 108 \cdot 144 = 72 e_B$$

$$108 e_B - 72 e_B = 15552 \quad 36 e_B = 15552$$

$$e_B = \frac{15552}{36} = 432 \text{ km} \quad \text{És l'espai que ha fet B i, evidentment, 288 km ha fet A}$$

Ara calculem el temps, que serà igual per als dos:

$$t_B = \frac{e_B}{v_B} = \frac{432}{108} = 4 \text{ h} \quad \text{Que és també el temps d'A}$$